

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Για τους αριθμούς α, β, γ ισχύουν οι σχέσεις $\alpha + \beta + \gamma = 0$ και $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$.
Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$. (25 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{5}{y} = \frac{x+y}{xy} + \frac{57}{35} \\ xy = \frac{35}{34}(y-x) \end{cases} \quad (12 \text{ μονάδες})$$

B. Να λυθεί η εξίσωση :

$$\frac{1}{x^2 + x - 2} - x + 2 = x^2 \quad (13 \text{ μονάδες})$$

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται παραστάσεις: $A = (x + \alpha)(x + 4\alpha)$ και $B = (x + 2\alpha)(x + 3\alpha)$

α) Να δείξετε ότι $B = A + 2\alpha^2$ και να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$\Gamma = (x + \alpha)(x + 2\alpha)(x + 3\alpha)(x + 4\alpha) + \alpha^4 \quad (13 \text{ μονάδες})$$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\Gamma = 0$ ως προς x (12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4ο

A. Αν α, β, γ οι πλευρές ενός τριγώνου $ΑΒΓ$ όπου $\frac{3}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{1}{\alpha + \beta} + \frac{1}{\alpha + \gamma}$ να βρείτε το μέτρο της γωνίας A . (12 μονάδες)

B. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x και y αν ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\left(5^{x^2-4x+5} + 3\right) \cdot \left(4^{y^2+2y+2} + 1\right) = 40 \quad (13 \text{ μονάδες})$$