

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1°

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + |α|x - |β| = 0$ με $α, β ∈ ℝ^*$

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες άνισες και ετερόσημες

β) Να δείξετε ότι η αρνητική ρίζα είναι απολύτως μεγαλύτερη από τη θετική ρίζα

γ) Αν $ρ$ είναι αρνητική ρίζα της εξίσωσης, να δείξετε ότι: $|ρ| ≥ \frac{4|β|}{1+4|β|}$

(8+8+9μονάδες)

ΘΕΜΑ 2°

Αν $0 < x, y, ω < 1$ τότε να δείξετε ότι:

α) $0 < x + y - xy < 1$

β) $(1-x)(1-y) > 1-x-y$

γ) $2(x+y+ω) < 3+xy+yω+ωx$

δ) $(1-x)(1-y)(1-ω) > 1-x-y-ω$

(4+4+8+9μονάδες)

ΘΕΜΑ 3°

A) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-7}{x-5} + \frac{x-8}{x-4} + \frac{x-9}{x-3} + \frac{x-10}{x-2} = -4$

B) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = (2+x+x^2)^2 - x^3$$

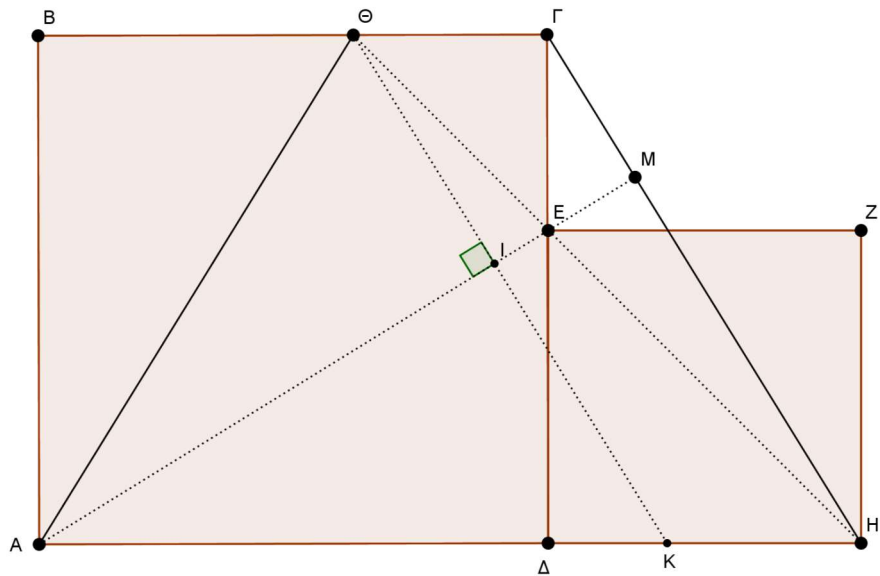
$$B = (1-2x-x^2)(1-2x+3x^2) + 4x^4$$

(12+ 6+7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Στο διπλανό σχήμα τα τετράπλευρα $ABΓΔ$ και $ΔΕΖΗ$ είναι τετράγωνα.

- α) Να δείξετε ότι η $ΑΕ$ είναι κάθετη στην $ΓΗ$.
- β) Το $ΓΕ=ΓΘ$
- γ) Αν η $ΘΚ$ είναι κάθετη στην $ΑΕ$ να δείξετε $ΑΘ=ΘΚ$.



(12+13 μονάδες)
(10+5+10 μονάδες)