

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΥΛΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**ΘΕΜΑ 1°**

Δίνονται οι συναρτήσεις :

$$f(x) = \eta\mu^2 \frac{\pi x}{2e} - 2\eta\mu \frac{\pi x}{2e} + 5 \quad \text{και}$$

$$g(x) = -\ln^2 x + \ln x^2 + 3, \quad x > 0$$

- α) Να δείξετε ότι $f(x) \geq 4$, $x \in \mathbb{R}$ και να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ισχύει η ισότητα.
- β) Να δείξετε ότι g έχει μέγιστη τιμή 4 και να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η g παρουσιάζει μέγιστο.
- γ) Για ποιες τιμές του x η C_g βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
- δ) Να βρεθεί το πρόσημο του αριθμού

$$K = -\ln^2 \left(\text{συν} \frac{3\pi}{10} \right) + 2 \cdot \ln \left(\text{συν} \frac{3\pi}{10} \right) + 3, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$$

- ε) Υπάρχει τιμή του x ώστε $f(x) = g(x)$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(5+ 5+5+5+5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 7x - 1$

- α) Να εξετάσετε αν έχει ακέραιες ρίζες.
- β) Αν ρ είναι μια πραγματική ρίζα του $P(x)$ να δείξετε ότι $|\rho| < 13$

(5+20 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3°

A) Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 : 2x + 3y + 1 = 0$ και $\epsilon_2 : x - 4y - 3 = 0$.

α) Να βρείτε το συνημίτονο της οξείας γωνίας των ϵ_1 και ϵ_2 .

β) Έστω το σημείο $A(1, -2)$. Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου M της ευθείας ϵ_2 για το οποίο είναι γνωστό ότι το μέσο του τμήματος AM είναι σημείο της ευθείας ϵ_1

γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην ϵ_2 και η απόσταση του σημείου $O(0,0)$ από αυτές είναι ίση με $\sqrt{17}$.

B) Έστω οι χορδές $AB = \lambda_3$. $AG = \lambda_{12}$ κύκλου (O,R) (προς το ίδιο μέρος του A).

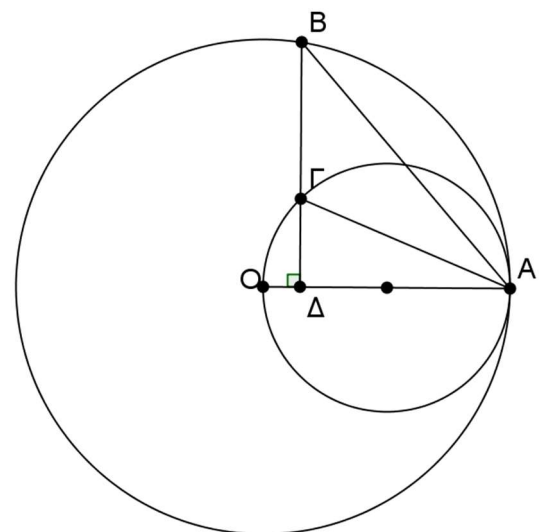
α. Να δείξετε ότι $GB = \lambda_4$.

β. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου \widehat{BG} .

(5+ 5+5+5+5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται κύκλος (O,ρ) και OA μια ακτίνα του. Με διάμετρο την OA γράφουμε κύκλο. Αν AB μια χορδή του μεγάλου κύκλου και BD κάθετη στην OA που τέμνει τον μικρό κύκλο στο Γ τότε να βρείτε το μήκος της AB αν είναι $AG=1$.



(25 μονάδες)