

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A) Αν  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$  με  $xy \neq 0$  να δείξετε ότι:  $y \neq 3$  και  $x = 3 + \frac{9}{y-3}$

B) Να προσδιορίσετε τους θετικούς ακέραιους  $x, y$  που ικανοποιούν την εξίσωση:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

(12+13μονάδες)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A) Κάποιο μήνα παρατηρήθηκε ότι τρεις Δευτέρες έπεφταν σε ημερομηνία που ήταν άρτιος αριθμός ενώ οι υπόλοιπες Δευτέρες έπεφταν σε ημερομηνία που ήταν περιττός αριθμός. Τι μέρα ήταν η 1<sup>η</sup> εκείνου του μήνα.

B) Να δείξετε ότι ο αριθμός  $\Sigma = 7^v \cdot 22^{v+1} - 7^{v+1} \cdot 22^v - 2^{v+1} \cdot 77^v$  διαιρείται με τον αριθμό 2002, όπου  $v$  είναι θετικός ακέραιος

(12+13μονάδες)

**ΘΕΜΑ 3°**

Α) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ είναι  $360^\circ$ .

Β) Ενόσ κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ οι εξωτερικές γωνίες  $\hat{A}_{εξ}$ ,  $\hat{B}_{εξ}$ ,  $\hat{\Gamma}_{εξ}$ ,  $\hat{\Delta}_{εξ}$ , είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 6, 8, 10 και 12, αντίστοιχα. Να βρεθεί το είδος του τετραπλεύρου.

(12+13 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 4°**

Δύο κύκλοι (Κ,Ρ) και (Λ,ρ) τέμνονται στα σημεία Α και Β. Αν Γ σημείο του τόξου ΑΒ του κύκλου (Κ,Ρ) και οι ΑΓ και ΒΓ τέμνουν τον κύκλο (Λ,ρ) στα Δ και Ε αντίστοιχα τότε:

α) Αν  $\widehat{ADE} = x$  να δείξετε ότι  $\widehat{ABE} = x$  και  $\widehat{AKG} = 2x$

β) Να εκφράσετε την γωνία  $\widehat{KAG}$  σαν συνάρτηση του x.

γ) Να δείξετε ότι η ΚΓ είναι κάθετη στην ΔΕ.

(Μονάδες 8+8+9)

