

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΥΛΗΣ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΓΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α Οι ακέραιοι α, β ικανοποιούν τη σχέση $\alpha^2 - \beta^2 + 4\beta = 15$ να βρείτε όλα τα δυνατά ζεύγη λύσεων των αριθμών α και β .

Β Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:

$$(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)(x^4 - 1) = x^8 - 1$$

ΘΕΜΑ Β

Α Να υπολογίσετε το ελάχιστο της παράστασης:

$$A = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 10y + 33}$$

Για ποιες τιμές των x, y έχουμε το ελάχιστο αυτό;

B Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \left[\left(\sqrt{\frac{2019}{2020}} + \sqrt{\frac{2020}{2019}} \right) : \frac{1}{\sqrt{2019 \cdot 2020}} \right] : \left[(\sqrt{2019} + \sqrt{2020})^2 - 2\sqrt{2019 \cdot 2020} \right]$$

ΘΕΜΑ Γ

A Να βρείτε όλες τις τριάδες πραγματικών αριθμών που είναι λύσεις του συστήματος:

$$x^2 + y^2 + 25z^2 = 6xz + 8yz$$

$$3x^2 + 2y^2 + z^2 = 240$$

B Αν $\beta = (1 + 7) \cdot (1 + 7^2) \cdot (1 + 7^4) \cdot (1 + 7^8) \cdot (1 + 7^{16}) \cdot (1 + 7^{32})$ και $\sqrt{\alpha \cdot \beta + \alpha - 5} = 7^{32}$ να βρείτε τον αριθμό α .

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και τα $AE\Delta$, $BZ\Gamma$ είναι ορθογώνια τρίγωνα. Αν $AE=7\text{cm}$, $E\Delta=24\text{cm}$ και $BZ=20\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB .

