

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ύλη Β' Λυκείου)

ΘΕΜΑ Α

A. Να λυθεί το σύστημα

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + \frac{6}{2x + y} &= 1 \\ -2x - \frac{6}{4x + 2y} &= 1 + 6y \end{aligned} \right\}$$

B. Βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$$

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Αν $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 2}{x}$

α) Να δείξετε ότι η f έχει ελάχιστο

β) Να δείξετε ότι $f(2018) + \frac{9}{11} \cdot f\left(\frac{1}{2018}\right) > 20$

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Αν για τη γωνία x ισχύουν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ και $\epsilon\phi^2x + \sigma\phi^2x + 2\epsilon\phi x + 2\sigma\phi x - 1 = 0$, τότε να δείξετε ότι $\epsilon\phi^2x + \sigma\phi^2x = 7$

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{B} = 90^\circ$) και εξωτερικά αυτού κατασκευάζουμε τετράγωνο $ΑΒΔΕ$. Η κάθετη στο A προς την $ΑΓ$ τέμνει την $ΔΕ$ στο Z και στην προέκταση της $ZΑ$ παίρνουμε $ΑΘ = ΖΑ$. Στην προέκταση του ύψους BH παίρνουμε σημείο K ώστε το $ΑΗΚΘ$ να είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Να δείξετε ότι το $ΑΗΚΘ$ και το $ΖΑΓΔ$ είναι ισομβαδικά.

(25 μονάδες)

