

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
(ύλη Γ΄ Γυμνασίου)

**ΘΕΜΑ Α**

**A** Οι ακέραιοι  $\alpha, \beta$  ικανοποιούν τη σχέση  $\alpha^2 - \beta^2 + 4\beta = 15$  να βρείτε όλα τα δυνατά ζεύγη λύσεων των αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ .

**B** Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:

$$(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)(x^4 - 1) = x^8 - 1$$

(25 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Β**

**A** Να υπολογίσετε το ελάχιστο της παράστασης:

$$A = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 10y + 33}$$

Για ποιες τιμές των  $x, y$  έχουμε το ελάχιστο αυτό;

**B** Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \left[ \left( \sqrt{\frac{2019}{2020}} + \sqrt{\frac{2020}{2019}} \right) : \frac{1}{\sqrt{2019 \cdot 2020}} \right] : \left[ (\sqrt{2019} + \sqrt{2020})^2 - 2\sqrt{2019 \cdot 2020} \right]$$

(25 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Γ**

**A** Να βρείτε όλες τις τριάδες πραγματικών αριθμών που είναι λύσεις του συστήματος:

$$x^2 + y^2 + 25z^2 = 6xz + 8yz$$

$$3x^2 + 2y^2 + z^2 = 240$$

**B** Αν  $\beta = (1 + 7) \cdot (1 + 7^2) \cdot (1 + 7^4) \cdot (1 + 7^8) \cdot (1 + 7^{16}) \cdot (1 + 7^{32})$  και  $\sqrt{\alpha \cdot \beta + \alpha - 5} = 7^{32}$  να βρείτε τον αριθμό  $\alpha$ .

(25 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Δ**

Στο παρακάτω σχήμα το  $ABΓΔ$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και τα  $ΑΕΔ$ ,  $ΒΖΓ$  είναι ορθογώνια τρίγωνα. Αν  $ΑΕ=7\text{cm}$ ,  $ΕΔ=24\text{cm}$  και  $ΒΖ=20\text{cm}$  να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς  $ΑΒ$  (το σχήμα είναι ενδεικτικό).

(25 μονάδες)

