

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

(ύλη Β' Γυμνασίου)

ΘΕΜΑ Α

Σε κύκλο με ακτίνα $\rho = 10$ cm φέρουμε 2 χορδές AB και ΓΔ που τέμνονται στο σημείο Η. Αν το τόξο ΑΓ = 30° και η γωνία ΓΗΒ = 125° .

α) Να βρείτε το μέτρο του τόξου ΔΒ

β) Να αποδείξετε ότι το σημείο Η δεν είναι το κέντρο του κύκλου

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

A Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

B Οι αριθμοί α, β, γ είναι πραγματικοί αριθμοί έτσι ώστε να ισχύουν οι σχέσεις

$$\alpha + \beta + \gamma = 34 \text{ και } \frac{1}{\alpha + \beta} + \frac{1}{\beta + \gamma} + \frac{1}{\gamma + \alpha} = \frac{13}{17}$$

Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $K = \frac{\alpha}{\beta + \gamma} + \frac{\beta}{\gamma + \alpha} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta}$

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

A Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2^{2019} - (2^{2018} + 2^{2017} + \dots + 2^2 + 2)$$

B Αν $\alpha + 2\beta + \frac{\gamma}{2} = 0$ και $\alpha\beta\gamma = 10$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \alpha^2 \left(\alpha + \frac{\gamma}{2} \right)^2 \cdot (\alpha + 2\beta)^2$$

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

A. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο μια διάμεσος χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα.

B. Στο παρακάτω σχήμα το $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο και τα $Κ,Λ,Μ,Ν$ είναι τα μέσα των πλευρών $ΑΔ,ΑΒ,ΒΓ$ και $ΓΔ$ αντίστοιχα. Αν $Ι$ είναι εσωτερικό σημείο του τετραγώνου ώστε να είναι

$Εμβαδό(ΙΚΑΛ)=20\text{ cm}^2$, $Εμβαδό(ΙΛΒΜ)=32\text{ cm}^2$ και $Εμβαδό(ΙΚΔΝ)=16\text{ cm}^2$. Να βρείτε το $Εμβαδο(ΙΝΓΜ)$.

(25 μονάδες)

