

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ύλη Α' Λυκείου)

ΘΕΜΑ Α

A. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της παράστασης $B = \alpha^2 - 10\alpha\beta + 27\beta^2 - 8\beta + 8$. Για ποιες τιμές των α και β η παράσταση B παίρνει την ελάχιστη τιμή;

B. Να βρείτε τα ζεύγη των ακεραίων αριθμών x και y που επαληθεύουν την εξίσωση $x^2 + y^2 - x - y = 8$.

(12+13 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

A. Έστω $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ με $\alpha > 0$ και $\beta - \alpha > \gamma$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες.

B. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \beta x + \gamma = 0$ είναι διαδοχικοί ακέραιοι, να αποδειχθεί ότι $\beta^2 = 1 + 4\gamma$.

(12+13 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω ότι για τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει

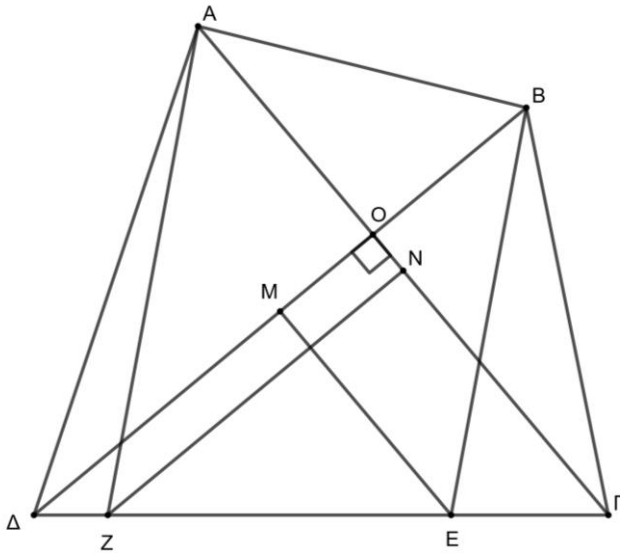
$$\alpha\beta\left(\frac{\alpha + \beta}{2} - \gamma\right) + \beta\gamma\left(\frac{\beta + \gamma}{2} - \alpha\right) + \gamma\alpha\left(\frac{\gamma + \alpha}{2} - \beta\right) = 0.$$

Να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta = \gamma$.

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$. Οι διαγώνιοι του $ΑΓ$ και $ΒΔ$ τέμνονται κάθετα στο σημείο $Ο$. Τα ευθύγραμμα τμήματα $ΕΜ$ και $ΖΝ$ είναι οι μεσοκάθετοι των $ΒΔ$ και $ΑΓ$, αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα $ΑΖ$ και $ΒΕ$ είναι παράλληλα.



(25 μονάδες)