

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ύλη Γ' Γυμνασίου)

ΘΕΜΑ Α

Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

α) Αν $x = -\frac{2}{3}$, τότε η παράσταση $A = 4x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ ισούται με $-\frac{5}{3}$.

β) Οι αριθμοί $\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ και $\sqrt{2}$ είναι αντίστροφοι.

γ) Το γινόμενο δύο όμοιων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο προς αυτά.

δ) Η παράσταση $A = \sqrt{1002^2 - 4004}$ είναι ίση με 1000.

ε) Ο αριθμός $A = 3^{49} \cdot 4^{24} - 27^{16} \cdot 2^{49}$ ισούται με 6^{48} .

στ) Το ζεύγος $(1, -3)$ είναι λύση της εξίσωσης $x - y = 3$.

ζ) Η εξίσωση $ax + by = \gamma$ με a, b, γ πραγματικούς αριθμούς παριστάνει πάντα ευθεία.

η) Αν $\sin \omega = 0$ με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$, τότε $\eta \mu \omega = 1$.

θ) Η παράσταση $A = \eta \mu^2 10^\circ + \sigma \nu \nu^2 80^\circ + \eta \mu^2 100^\circ + \sigma \nu \nu^2 170^\circ$ ισούται με 2.

ι) Η εξίσωση $x^2 - y^2 = 1 - 2y$ παριστάνει γραφικά δύο ευθείες.

(10 x 2 μονάδες = 20 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

A. α) Να δείξετε ότι για τους πραγματικούς αριθμούς α και γ ισχύει η ανισότητα $(\alpha + \gamma)^2 \geq 4\alpha\gamma$.

β) Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ , ισχύει $\alpha > 0$ και $\beta > \alpha + \gamma$, να δειχθεί ότι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει στο σύνολο των πραγματικών αριθμών δύο άνισες ρίζες.

(4 + 6 μονάδες)

B. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $A = \sqrt{2020^{2020} + 2023}$ δεν είναι ρητός.

(10 μονάδες)

Γ. Δίνεται η παράσταση $A = 3^x - 6^x + 2^x - 4^x$, όπου x πραγματικός αριθμός.

Να βρεθεί το πρόσημο της παράστασης A για τις διάφορες τιμές του x .

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

A. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{12345^2}{54321 \cdot 66666} + \frac{54321^2}{12345 \cdot 66666} - \frac{66666^2}{12345 \cdot 54321}$$

(15 μονάδες)

B. Έστω η παράσταση $A = (x^2 + 2x - 2)^2 - 9x^2 - 8x + 16$.

α) Να παραγοντοποιήσετε το A .

β) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 A = -A$.

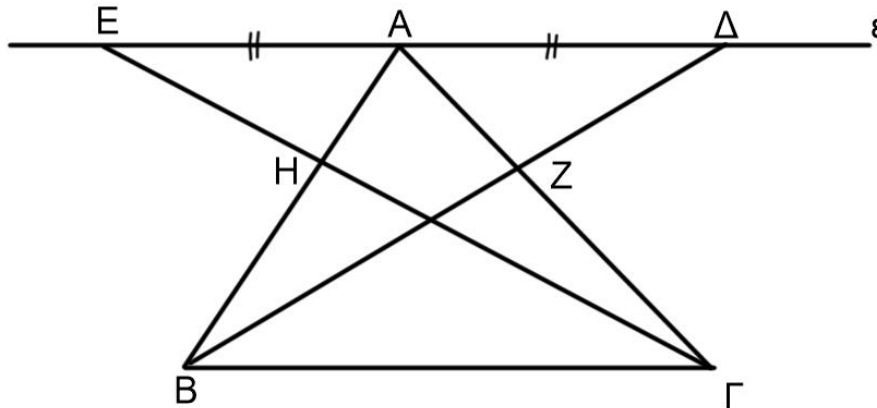
(15 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Από την κορυφή A τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνω ευθεία $\epsilon // B\Gamma$ και θεωρούμε πάνω σε αυτήν τα σημεία E και Δ ώστε $A\Delta = AE$. Επίσης η $B\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο Z και η ΓE την AB στο H , ώστε $BZ = H\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AEH και $H\beta\Gamma$ είναι όμοια, όπως επίσης και τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και $BZ\Gamma$.

β) Να αποδείξετε ότι $E\Gamma = B\Delta$.



(10 + 10 μονάδες)