

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ύλη Γ' Γυμνασίου)

ΘΕΜΑ Α

Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

α) $(\alpha + 2)^2 = \alpha^2 + 2\alpha + 4$

β) $(\beta + \alpha)(\alpha - \beta) = \beta^2 - \alpha^2$

γ) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{2}{\alpha + \beta}$

δ) Το ζεύγος (1, 2) είναι λύση της εξίσωσης $2x - 3y = 4$.

ε) Η εξίσωση $x = 3$ παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$.

στ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια είναι ίσα.

ζ) Δύο ισοσκελή τρίγωνα με μια γωνία ίση είναι όμοια.

η) Αν $\sin \omega = 0$ και $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$, τότε $\eta\mu\omega = 1$.

θ) Αν $0^\circ < \omega < 90^\circ$ και ισχύει $\eta\mu^2\omega = \frac{1}{4}$, τότε $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$.

ι) Αν α, β θετικοί αριθμοί, τότε $\sqrt{\alpha + \beta} < \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

(10 x 2,5 μονάδες = 25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

A. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} x - 5y = 5 \\ 2x + y = 54 \end{cases}$

α) Να λυθεί το σύστημα.

β) Να ερμηνευτεί γεωμετρικά η λύση του συστήματος.

γ) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$K = \sqrt{4 + \sqrt{x_0}} + \sqrt{14 + \sqrt{y_0}} - \sqrt{x_0 y_0}$$

αν x_0 και y_0 είναι η μοναδική λύση του συστήματος.

(5 + 5 + 5 μονάδες)

B. Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση

$$A = (2x^2 + 3)^2 + 135$$

σε γινόμενο δύο τριωνύμων.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

A. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 2^{2022} - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2^2 + 2)$$

(10 μονάδες)

B. α) Να βρείτε τις τιμές των κ, λ όταν:

$$\kappa = (\sigma\upsilon\nu 150^\circ - \sigma\upsilon\nu 30^\circ)^2 + (\eta\mu 135^\circ - \eta\mu 45^\circ)^2$$

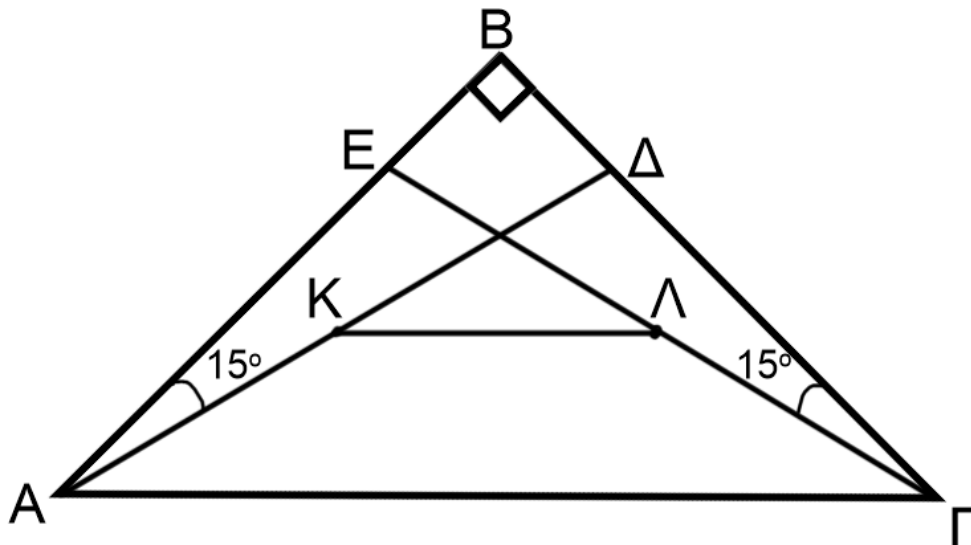
$$\lambda = (2\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 2)^2$$

β) Να αποδείξετε ότι το σημείο $A\left(\frac{\lambda}{10}, \frac{\kappa}{4}\right)$ είναι σημείο τομής των ευθειών $\epsilon_1: 4x - 4y - 5 = 0$ και $\epsilon_2: x + 4y - 5 = 0$.

(8 + 7 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{B} = 90^\circ$. Στις πλευρές BA και $B\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία E και Δ , αντίστοιχα, τέτοια, ώστε $\Gamma E = A\Delta = 2$ cm και $\widehat{B\Delta} = \widehat{B\Gamma E} = 15^\circ$. K είναι το μέσο του $A\Delta$ και Λ το μέσο του ΓE . Να υπολογίσετε το μήκος του $K\Lambda$.



(25 μονάδες)