

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ύλη Β' Λυκείου)

ΘΕΜΑ Α

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = (\eta\mu\alpha)x^3 + \frac{16x}{x^2 - 9}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

α) Να εξετάσετε αν είναι άρτια ή περιπτή.

β) i. Αν $A = f(0) + f(1)$, να δείξετε ότι $A \in [-3, -1]$.

ii. Αν $\sigma\eta\alpha \neq 0$, να δείξετε ότι

$$(\eta\mu\alpha + 2) \cdot f(-1) - 3 = \frac{1}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

γ) Αν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$ και $h(x) = \ln x$, με $x > 0$ έχουν κοινό σημείο το M με τετμημένη β , να λύσετε την ανίσωση

$$\left(\frac{e^{\eta\mu\beta}}{2\beta}\right)^{2x} - 2^{-x} - 2\ln^2\beta - 2\sigma\eta\nu^2\beta < 0$$

ως προς x .

(8 + 4 + 5 + 8 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

A. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A = \log_{\sqrt{2}}(\eta\mu(0,25\pi)) + \log(\varepsilon\varphi(6,25\pi)) - \log_3\left(\varepsilon\varphi\frac{4\pi}{3}\right)$$

(10 μονάδες)

B. Να λυθεί:

α) Η εξίσωση $\sqrt{\log x} - 2 \log \frac{1}{x} = 1$

β) Η ανίσωση $\left(\frac{x}{e}\right)^{2+\ln x} > 1$

(7 + 8 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

A. Δίνεται η παραβολή $y = 2x^2 - x - 1$. Να βρείτε:

- Την κορυφή της παραβολής.
- Τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.
- Τα σημεία τομής με τους άξονες.

(5 + 5 + 5 μονάδες)

B. Να βρείτε τα πρόσημα των παραστάσεων:

$$A = \eta\mu 1 - \sigma\upsilon\nu 2$$

$$B = \sigma\upsilon\nu 3 \cdot \epsilon\phi 5$$

$$C = \eta\mu \frac{x}{2} - \epsilon\phi 2x - \sigma\upsilon\nu 3x + \sigma\upsilon\nu x, \quad \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$$

(3 + 3 + 4 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z τα μέσα των $B\Gamma$ και $A\Delta$ αντίστοιχα. Έστω H σημείο της $E\Gamma$ ώστε $(KEH) = 4$ και $(KAZ) = 12$ όπου K το σημείο τομής της AH με την EZ . Αν $EH = x$, $A\Delta = 2a$ και h η απόσταση των $A\Delta$ και $B\Gamma$, τότε:

α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου $H\Gamma\Delta$ ως συνάρτηση των a, x, h .

(8 μονάδες)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $H\Gamma\Delta$.

(17 μονάδες)

