

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (ύλη Γ΄ Γυμνασίου)

ΘΕΜΑ Α

Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Τα ίσα τρίγωνα είναι όμοια.

β) $\eta\mu 160^\circ = -\eta\mu 20^\circ$

γ) Η αλγεβρική παράσταση $x^{20} + 3x^5 - \frac{7}{x}$ είναι πολυώνυμο ως προς x .

δ) Δύο ισόπλευρα τρίγωνα που έχουν ίσες περιμέτρους είναι ίσα μεταξύ τους.

ε) Το πηλίκο δύο μονωνύμων είναι πάντα μονώνυμο.

στ) $(-\alpha - \beta)^3 = -(\alpha + \beta)^3$

ζ) Η αλγεβρική παράσταση $x^2y^3 + 10$ είναι μονώνυμο.

η) Όλα τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.

θ) $\sqrt{(\pi - 4)^2} = 4 - \pi$.

ι) Για κάθε γωνία ω ισχύει $0 \leq \sin \omega \leq 1$.

(2 μονάδες x 10 = 20 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

A. Να υπολογίσετε τη ρίζα $\sqrt{\frac{343^6 + 49^{15}}{343^8 + 49^6}}$.

(10 μονάδες)

B. Δίνεται η παράσταση

$$A = \frac{\alpha^4 - 1}{\alpha^4 - \alpha^3} : \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^3} \right)$$

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{2026^4 - 1}{2026^4 - 2026^3} : \left(1 + \frac{1}{2026} + \frac{1}{2026^2} + \frac{1}{2026^3} \right) - 1$$

(α → 8 μονάδες, β → 12 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Α. Δίνεται ότι

$$\alpha^2 + \beta^2 = 2(2\alpha - 3\beta - 6) - 1$$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

β) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο

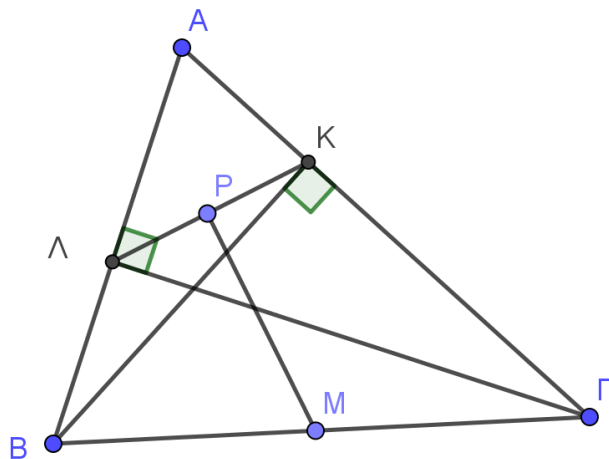
$$P(x) = (\alpha + \beta + 1)x^5 + (\alpha^3 - 8)x^4 + (9 - \beta^2)x + 2\beta + 3\alpha + 1$$

είναι σταθερό και γράψετε τον βαθμό του $P(x)$.

(α → 10 μονάδες, β → 5 μονάδες)

Β. Δίνεται ότι $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = \alpha$. Να εκφράσετε τις παρακάτω παραστάσεις ως προς α :α) $\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$ β) $\eta\mu^3 x + \sigma\upsilon\nu^3 x$ γ) $\eta\mu^4 x + \sigma\upsilon\nu^4 x$ δ) $\frac{1}{\eta\mu x} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$

(5 μονάδες x 4 = 20 μονάδες)

ΘΕΜΑ ΔΣε τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε τα ύψη BK και $\Gamma\Lambda$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$ και P το μέσο της $K\Lambda$.α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $\Lambda M K$ ως προς τις πλευρές.β) Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα MP είναι κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα $K\Lambda$.

(α → 10 μονάδες, β → 5 μονάδες)