

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ύλη Β' Λυκείου)

ΘΕΜΑ Α

Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Η εξίσωση $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 3 = 0$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$, δεν μπορεί να έχει ρίζα το 2.

β) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

γ) Η εξίσωση $|\eta\mu x| + |\sigma\nu x| = 0$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

δ) Αν η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης διέρχεται από το σημείο $A(-3, 5)$, τότε διέρχεται και από το σημείο $B(3, 5)$.

ε) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό ίσο με 0.

στ) Ισχύει $\eta\mu^2 22^\circ + \eta\mu^2 68^\circ = 1$.

ζ) Αν $\theta_1, \theta_2 > 0$, τότε ισχύει $\frac{\ln \theta_1}{\ln \theta_2} = \ln(\theta_1 - \theta_2)$.

η) Ισχύει $\eta\mu 92^\circ > \eta\mu 91^\circ$.

θ) Το πολυώνυμο $P(x) = \eta\mu\theta \cdot x^4 + 3\theta x^3 - 2$ είναι 4^{ου} βαθμού για κάθε $\theta \in (0, \pi)$.

ι) Αν ισχύει $\sigma\nu\omega = \frac{1}{2}$, τότε υποχρεωτικά ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(2 μονάδες x 10 = 20 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

α) Για κάθε $\alpha, \beta > 0$, να δείξετε ότι $\alpha^{\ln \beta} = \beta^{\ln \alpha}$

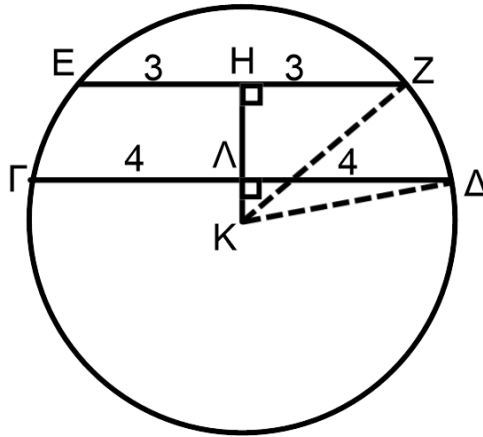
β) Να λύσετε την ανίσωση $2^{\ln x} - \frac{2}{x^{\ln 2}} < 1$.

γ) Αν για τη συνάρτηση $f(x) = \alpha^{\ln x}$, $\alpha > 0$, ισχύει η σχέση $5f(3) - 3f(5) > 0$, να βρείτε τις τιμές του πραγματικού θετικού αριθμού α .

(α → 5 μονάδες, β → 10 μονάδες, γ → 15 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) και οι παράλληλες χορδές του, $EZ = 6\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = 8\text{cm}$. Αν η απόσταση των χορδών EZ και $\Gamma\Delta$ είναι ίση με 1cm , να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου.



(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

A. Να βρεθούν οι **ακέραιοι** αριθμοί x και y , για τους οποίους ισχύει

$$x^2 = y^2 + 2y + 4$$

(10 μονάδες)

B. Θεωρούμε την συνάρτηση $f(x) = (\eta\mu\alpha) \cdot x^3 + \frac{16x}{x^2-9}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

β) Να αποδείξετε ότι:

i. Αν $A = f(0) + f(1)$, τότε $A \in [-3, -1]$.

ii. Αν $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$, τότε $(\eta\mu\alpha + 2)f(-1) - 3 = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\alpha}$.

(5 + 5 + 5 μονάδες)